

燃 料 噴 射 系 の 研 究

(第3報, 管路系に対するアナログ計算の理論)

高 原 万 寿 雄^{*}・故 飯 塚 和 夫^{**}・鈴 木 善 雄^{***}

INVESTIGATION OF FUEL INJECTION SYSTEMS

(3rd Report, Theory of Analog simulation for the Pipe Line System)

Masuo TAKAHARA, the late Kazuo IIZUKA, Yosio SUZUKI

(Received Apr. 18, 1968)

ABSTRACT

It is important to analyse the wave phenomena in the pipe line system of the Diesel fuel injection system, which consists of delivery valve port, injection pipe and needle valve port. In the first report, authors presented a graphical approach toward this study by using the characteristic curve method.

This paper deals with a theoretical analysis by simulating the behaviour of the equivalent lumped constant system (mass-spring-damper system), instead of the distributed constant system (pipe line fluid system), by the analog computer. Authors showed the way of the approximate estimation of the viscous damping and compared the methods of programming for the analog calculation with the Vogel's method.

1 緒 言

燃料噴射系の管路系における波動現象を明らかにすることは、噴射装置の特性を知る上に重要である。筆者らはすでに第1報⁽¹⁾においてディーゼル機関の燃料噴射過程を図式解法である特性曲線法を用いて解き、実験結果と比較してかなり近似することを明らかにした。しかしながら解の精度を向上させるためには図式解法は非常に複雑となるので、その方法は近似解をもって噴射系を考察するにとどまらざるを得ない。噴射過程の理論解析の基礎式はすでに Pischinger⁽²⁾ および Sitkei⁽³⁾ らによって一応確立されているが、管路系の波動現象ならびに弁運動の挙動を実機とおなじ条件を与えて解くことは不可能に近い。Knight⁽⁴⁾, Melcher⁽⁵⁾ らはデジタル計算機を用い、Vogel⁽⁶⁾, Huber⁽⁷⁾⁽⁸⁾ らはアナログ計算機を使用して理論計算を試み、実験結果と近似した解を得ている。

本報においてはアナログ計算機による燃料噴射管路

系の解法について論ずる。Huberらは管路系を電気格子回路による伝送線にて等価してアナログシミュレーションを行ない、流動摩擦、キャピターションなどを厳密に扱っている。しかしこの方法は面倒であり、電気格子回路の構成も一般のアナログ計算機で演算可能か否かに疑問がある。Vogelは二つの質点とそれらを支える三つのばねからなる力学系に等価してアナログ計算を行なっている。Vogelが行なった少数の質点の等価系では階差方程式を用いて解く場合に比して少ない演算器を使用するのですぐれた方法である。しかしVogelは流体系を力学系に等価することを十分には説明していないし、それ以上に解の精度をあげることは述べていない。また流動の減衰係数について物理的意義を与えてはいない。

筆者らは流体系と力学系とのアナログ⁽⁹⁾から管路系を任意の数の質点からなる集中定数系にて等価する方法を一般化し、アナログシミュレーションを行なった。質点の数による解の比較を行ない、また階差方程

式による解との比較を行なう。管内の流動減衰を力学系のダンパに対応させ、近似的な評価により解の精度を向上することを試みる。

なお、本報にて用いる記号をつぎに列挙する。

記 号

a : 圧力波の伝ば速度	cm/s
d : 管直径	cm
E : 燃料油の体積弾性率	kg/cm ²
F : 流路の面積および弁の断面積	cm ²
$G=E/V$: 流体系のエラスタンス	kg/cm ⁵
$I=\rho V/F^2$: 流体系のイナータンス	kg・s ² /cm ⁵
L : 噴射管の長さ	cm
n : 等価イナータンスの数	
p : 燃料油の圧力	kg/cm ²
q : 燃料油の流量	cm ³ /s
R : 流体系のレジスタンス	kg・s/cm ⁵
r : 流動摩擦減衰系数	1/s
t : 時間	s
u : 燃料油の流速	cm/s
V : 各部の体積	cm ³
α : 体積の等価係数	
B, β : 固有値	
ζ : イナータンスの等価係数	
η : カム軸回転角度	
λ : 管摩擦係数	
μ : 流量係数	
ν : 燃料油の動粘性係数	cm ² /s
ρ : 燃料油の密度	kg・s ² /cm ⁴
ϕ, φ : 位相角	rad
Ω, ω : 円振動数	rad/s

2 管路系の集中定数系への等価

2・1 アナロジ 燃料噴射系においては流体（燃料油）と力学的要素（弁運動など）から成るのでこれらの系の間のアナロジを考える。表1はこれらの系と

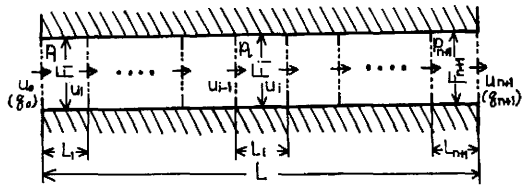
電気系をも含めたアナロジを示す。

さて燃料油は任意の断面にて一様な流速 u cm/s で流れ、流動摩擦がたんに流速のみに比例すると仮定すると次式をうる。

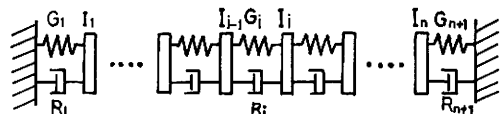
$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -E \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad \dots\dots (1a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - ru \quad \dots\dots (1b)$$

管の軸方向座標を x で表わし、管路を分断して長さ L_i cm, 断面積 F_i cm² なる i 番目の部分が図1(a)に示されている。分布定数系は力学系とのアナロジから



(a) 管 路



(b) 多 質 点 系

図1 管路と多質点系

図1(b)に示す多質点系と考える。この系を記述する方程式はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} dp_1/dt &= -G_1(F_1 u_1 - q_0) \\ dp_i/dt &= -G_i(F_i u_i - F_{i-1} \cdot u_{i-1}) \\ dp_{n+1}/dt &= -G_{n+1}(q_{n+1} - F_n u_n) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (2a)$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 F_1 du_1/dt &= -(p_2 - p_1) + R_2 \\ (F_2 u_2 - F_1 u_1) - R_1 (F_1 u_1 - q_0) \\ I_i F_i du_i/dt &= -(p_{i+1} - p_i) + R_{i+1} \\ (F_{i+1} \cdot u_{i+1} - F_i u_i) - R_i (F_i u_i - F_{i-1} u_{i-1}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (2b)$$

表1 いろいろな系におけるアナロジ

	流 体 系	力 学 系	電 気 系
運 動 量	圧力フラックス $\phi = \int p dt$	力 積 $\phi = \int f dt$	磁 束 $\phi = \int e dt$
位 差 量	圧 力 $p = d\phi/dt$	力 $f = d\phi/dt$	電 圧 $e = d\phi/dt$
流 通 量	流 量 $q = d\phi/dt$	速 度 $v = dx/dt$	電 流 $i = dq/dt$
積 分 量	体 積 $Q = \int q dt$	変 位 $x = \int v dt$	電 荷 $q = \int i dt$
シ ス テ ム	イ ナ ー タ ン ス $I = \partial \phi / \partial q$	質 量 $m = \partial \phi / \partial v$	インダクタンス $L = \partial \phi / \partial i$
パ ラ メ ー タ	レ ジ ス タ ン ス $R = \partial p / \partial q$	減 衰 率 $k = \partial f / \partial v$	レ ジ ス タ ン ス $R = \partial e / \partial i$
	エ ラ ス タ ン ス $G = \partial p / \partial Q$	ばね定数 $c = \partial f / \partial x$	エ ラ ス タ ン ス $S = \partial e / \partial q$

$$\left. \begin{aligned} I_n F_n \frac{du_n}{dt} &= -(p_{n+1} - p_n) \\ &+ R_{n+1}(q_{n+1} - F_n u_n) - R_n(F_n u_n \\ &- F_{n-1} u_{n-1}) \end{aligned} \right\}$$

ここに $G_i = E_i/V_i$, $I_i = \rho_i V_i/F_i^2$, R_i は システムパラメータである。式(2)は燃料油の密度, 体積弾性率, 管断面積および微小部分の長さを一定とすると式(1)を階差方程式にて表わしたものであり, 物理的には流体系が有限個の自由度をもつ集中定数系に置換されうること示す。対象とする原管系の固有振動数と振動の型を集中定数系のそれらとを一致させれば, 流体系を厳密に力学系に等価しうることになる。ただしアナログ計算機では演算器数に制限があるので, 固有振動数の低いところで一致させられるだけであるから近似的なものにならざるをえない。

3・1 管路系の固有振動 燃料噴射装置の管路系は図2のような吐出弁後室, 噴射管および噴射弁貯留室からなる管路のモデル

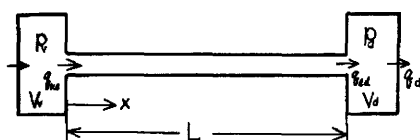


図2 吐出弁後室噴射管および噴射弁貯留室からなる管路のモデル

$$\left\{ \begin{aligned} &(\rho \alpha_v L/E) \cdot \omega^2 \\ &\left(\frac{\rho \alpha_d L}{E} \omega^2 \cos \frac{\omega}{a} L + \frac{\omega}{a} \sin \frac{\omega}{a} L \right. \\ &\left. - \frac{\omega}{a} \sin \frac{\omega}{a} L \right) B_x = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(12)$$

／留室からなるモデルと考える。吐出弁後室および噴射弁貯留室の長さは短かく圧力波の伝播時間は現象の経過時間に比して無視しうるので, 燃料油の挙動は弾性のみを考慮するだけでよい。したがって吐出弁後室, 噴射弁貯留室内の基礎式は次式で与えられる。

$$dp_v/dt = G_v(q_v - q_{v1}) \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$dp_d/dt = G_d(q_{d0} - q_d) \quad \dots\dots\dots(6)$$

一方噴射管内においてはその管長は長いので, 連続体として波動現象を考察せねばならない。すなわち燃料油の挙動は式(1)で与えられる。一般に管内の流動損失は小さく系の固有振動に与える影響も小さいと考えられる。いま $r=0$ とすれば式(1)はラプラス微分方程式となる。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad a^2 = E/\rho \quad \dots\dots\dots(7)$$

位置の座標 x のみの関数 $p(x)$, $u(x)$ とすると式(1)の解として次式を仮定しう。

$$p = p(x) \cos(\omega t + \varphi) \quad \dots\dots\dots(8a)$$

$$u = u(x) \cos(\omega t + \varphi) \quad \dots\dots\dots(8b)$$

また境界条件は管内の波動は両端貯留室の流体の弾性により噴射管への流入する燃料油の慣性力によって生ずると考えると次式で与えられる。

$$\frac{\rho \alpha_v L}{E} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right)_{x=0} = \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} \quad \dots\dots\dots(9a)$$

$$\frac{\rho \alpha_d L}{E} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right)_{x=L} = - \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=L} \quad \dots\dots\dots(9b)$$

ここに $\alpha_v = V_v/V_l$, $\alpha_d = V_d/V_l$ は管容積比である。また添字 v , l , d はそれぞれ吐出弁後室, 噴射管および噴射弁貯留室を示す。

式(7)(8)より

$$a^2 d^2 p(x)/dx^2 + \omega^2 p(x) = 0 \quad \dots\dots\dots(10)$$

よって

$$p(x) = A_x \cos \frac{\omega}{a} x + B_x \sin \frac{\omega}{a} x \quad \dots\dots\dots(11)$$

式(8)(9)および(11)より

$$\left\{ \begin{aligned} &(\rho \alpha_v L/E) \cdot \omega^2 A_x + (\omega/a) \cdot B_x = 0 \\ &\left(\frac{\rho \alpha_d L}{E} \omega^2 \cos \frac{\omega}{a} L + \frac{\omega}{a} \sin \frac{\omega}{a} L \right. \\ &\quad \cdot L \Big) A_x + \left(\frac{\rho \alpha_d L}{E} \omega^2 \cos \frac{\omega}{a} L \right. \\ &\quad \left. - \frac{\omega}{a} \sin \frac{\omega}{a} L \right) B_x = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(12)$$

を得る。この問題の解が有意味であるためには係数 A_x , B_x が零とならないから式(12)の係数行列式が零とならねばならない。

$$\left| \begin{aligned} &(\rho \alpha_v L/E) \cdot \omega^2 \\ &\left(\frac{\rho \alpha_d L}{E} \omega^2 \cos \frac{\omega}{a} L + \frac{\omega}{a} \sin \frac{\omega}{a} L \right. \\ &\quad \cdot L \Big) A_x + \left(\frac{\rho \alpha_d L}{E} \omega^2 \cos \frac{\omega}{a} L \right. \\ &\quad \left. - \frac{\omega}{a} \sin \frac{\omega}{a} L \right) B_x = 0 \end{aligned} \right| = 0 \quad \dots\dots\dots(13)$$

式(13)を解いて $\beta = \omega L/a$ とおくと次の振動方程式を得る。

$$\tan \beta = (\alpha_v + \alpha_d) \beta / (\alpha_v \alpha_d \beta^2 - 1) \quad \dots\dots\dots(14)$$

式(14)の零でない根 $\beta_j (j=1, 2, \dots\dots\dots)$ は単純化した管路系の固有値である。また式(11)より振動の型を与える式は任意の固有値 β_j に対して次式となる。

$$j p(x=L)/j p(x=0) = \cos \beta_j - \alpha_v \beta_j \sin \beta_j \equiv M_j \quad \dots\dots\dots(15)$$

2・2 集中定数系による等価 管路内の流体のような連続体は無限個の固有値を有するような分布定数系として扱わねばならない。しかしこのような階差方程式を用いる取扱いにはアナログ計算機では非常に多くの演算器を必要とする。そこで有限個の自由度をもつ集中定数系にてよい近似の解を得るために低い振動数をもつ系の固有振動を一致させた等価集中定数系(等価系と略称する)を求める。

図1に示すように管路を分断すると等価エラスタン, 等価イナータンスは等価係数 η_i , ζ_i を用いて

$$G_i = FL \eta_i \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$\sum_{i=1}^{n+1} \eta_i = 1 \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$I_i = (\rho L / F) \zeta_i \quad \dots\dots\dots(18)$$

で与えられる。かくして分断した各部分に対しては流体の弾性のみを、また流体の慣性項に対しては集中したイナータンスとして考えればよい。それゆえ両端の部分はその前の吐出弁後室あるいはその後の噴射弁貯留室に含ませて考えることができる。式(2)が流動摩擦の項を除いて等価系に対する次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} dp_1/dt &= -\{E/(\alpha_v + \eta_1)L \cdot u_1\} \\ dp_i/dt &= -\{E/\eta_i L\} \cdot (u_i - u_{i-1}) \\ dp_{n+1}/dt &= \{E/(\eta_{n+1} + \alpha_d)L\} \cdot u_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19a)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho L \zeta_1 \frac{du_1}{dt} &= -(p_2 - p_1) \\ \dots\dots\dots \\ \rho L \zeta_i \frac{du_i}{dt} &= -(p_{i+1} - p_i) \\ \dots\dots\dots \\ \rho L \zeta_n \frac{du_n}{dt} &= -(p_{n+1} - p_n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19b)$$

式(19)の解を

$$p_i = p_i(x) \cos(\Omega t + \theta) \quad \dots\dots\dots(20a)$$

$$u_i = u_i(x) \cos(\Omega t + \theta) \quad \dots\dots\dots(20b)$$

と仮定して振動数方程式を求めると次式となる。 $B = L\Omega/a$ において

$$\begin{vmatrix} \alpha_v + \eta_1 + \eta_2 - B^2 \zeta_1 (\alpha_v + \eta_1) \eta_2 & -(\alpha_v + \eta_1) & \dots\dots\dots 0 \\ -\eta_3 & \eta_2 + \eta_3 - B^2 \zeta_2 \eta_2 \eta_3 & \dots\dots\dots 0 \\ 0 & -\eta_4 & \dots\dots\dots 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 & 0 \dots (\eta_n + \eta_{n+1} + \alpha_d) - B^2 \zeta_n \eta_n (\eta_{n+1} + \alpha_d) \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots(21)$$

つぎに振動の形は式(21)の根 B_j に対して $ju_1(x):ju_2$

$$\begin{vmatrix} \alpha_v + \eta_1 + \eta_2 - (\alpha_v + \eta_1) \eta_1 B^2 \zeta_1 & -(\alpha_v + \eta_1) \\ -(\eta_3 + \alpha_v) & (\eta_2 + \eta_3 + \alpha_d) - \eta_2 (\eta_3 + \alpha_d) B^2 \zeta_2 \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots(25)$$

$$-\frac{\eta_3 + \alpha_d}{\alpha_v + \eta_1} \cdot M_j = \frac{\alpha_v + \eta_1 + \eta_2 - (\alpha_v + \eta_1) \eta_2 \zeta_1 B_j^2}{\alpha_v + \eta_1}, \quad M_j = \cos B_j - \alpha_v B_j \sin B_j \quad \dots\dots\dots(26)$$

(x): $\dots\dots ju_n(x)$ あるいは $jp_1(x):jp_2(x) \dots\dots jp_{n+1}(x)$ なる比によって定められる。式(15)のように管端の振巾比で定めるには式(19)および(20)より $ju_2(x)/ju_1(x)$, $\dots\dots\dots$, $ju_n(x)/ju_{n-1}(x)$, を求め、相乗して $ju_n(x)/ju_1(x)$ を求めれば次式をうる。

$$M_j = \frac{jp_{n+1}(x)}{jp_1(x)} = -\frac{\alpha_v + \eta_1}{\eta_{n+1} + \alpha_d} \cdot \frac{ju_n(x)}{ju_1(x)} \quad \dots\dots\dots(22)$$

以上を要約すると管路の等価系を求めるにはつぎのように行なう。式(14)から求められる零でない小さい方から n 個の固有値 ($\beta_1 < \beta_2 < \dots\dots \beta_n$), およびこの固有値を式(15)に代入して得られる圧力振巾比 ($M_1, M_2, \dots\dots, M_n$) を求める。つぎに等価系の振動数

方程式(21)および振動の型を与える式(22)に $B_j = \beta_j$, M_j を代入して得られる $2n$ 個の式を作る。これらの式と式(17)の計 $(2n+1)$ 個の式より $(2n+1)$ 個の未知数 $\eta_1, \eta_{n+1}, \zeta_1, \dots\dots \zeta_n$ を定める。

3・4 等価係数の算出 等価 イナータンスの任意の数 n について等価係数を求めることはかなり面倒であるが、つぎに $n=2$ および $n=3$ の場合の結果を示す。

(1) $n=2$ (噴射管を3分断する場合) 図3に示す記号を用いると系の表示式はつぎのようになる。

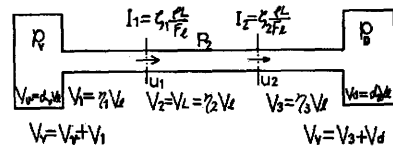


図3 管路の分断 ($n=2$)

$$\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 = 1 \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} &= -\frac{E}{(\alpha_v + \eta_1)L} u_1 \\ \frac{dp_2}{dt} &= -\frac{E}{\eta_2 L} (u_2 - u_1) \\ \frac{dp_D}{dt} &= -\frac{E}{(\eta_3 + \alpha_d)L} (-u_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24a)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho L \zeta_1 \frac{du_1}{dt} &= -(p_2 - p_1) \\ \rho L \zeta_2 \frac{du_2}{dt} &= -(p_D - p_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24b)$$

$\dots\dots\dots(21)$ 前節に述べたところにより、等価

系の振動数方程式および振動の形を与える式は

管路系の固有振動数 $\beta_j = \beta_1, \beta_2 (> \beta_1) = \beta_j$ を用いて式(23), (25), (26)より等価係数 $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \zeta_1, \zeta_2$ を求めると次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{(\alpha_d + 1)(\beta_2^2 - \beta_1^2) - \alpha_v(\beta_1^2/M_2 - \beta_2^2/M_1)}{\beta_1^2/M_2 - \beta_2^2/M_1 + \beta_2^2 - \beta_1^2} \\ \eta_2 &= 1 - (\eta_1 + \eta_3) \\ \eta_3 &= \frac{(\alpha_v + 1)(\beta_2^2 - \beta_1^2) - \alpha_d(M_2\beta_1^2 - M_1\beta_2^2)}{M_2\beta_1^2 - M_1\beta_2^2 + \beta_2^2 - \beta_1^2} \\ \zeta_1 &= \{1 + \alpha_v - \eta_3 + M_1(\eta_3 + \alpha_d)\} / \beta_1^2(\alpha_v + \eta_1)\eta_2 \\ \zeta_2 &= \{1 + \alpha_d - \eta_1 + (\alpha_v + \eta_1)/M_1\} / \beta_1^2(\alpha_d + \eta_3)\eta_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

この結果はVogelの与える結果と同じである。

(2) $n=3$ (噴射管を4分断する場合) この場合も同

様に図4に示す記号を用いて次式を得る。

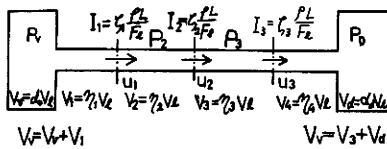


図4 管路の分断 ($n=3$)

$$\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4 = 1 \quad \dots\dots\dots(28)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_v}{dt} &= -\frac{E}{(\alpha_v + \eta_1)L} u \\ \frac{dp_1}{dt} &= -\frac{E}{\eta_2 L} (u_2 - u_1) \\ \frac{dp_2}{dt} &= -\frac{E}{\eta_3 L} (u_3 - u_2) \\ \frac{dp_D}{dt} &= -\frac{E}{(\eta_4 + \alpha_d)L} (-u_3) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29a)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho L \zeta_1 \frac{du_1}{dt} &= -(p_1 - p_v) \\ \rho L \zeta_1 \frac{du_2}{dt} &= -(p_2 - p_1) \\ \rho L \zeta_1 \frac{du_3}{dt} &= -(p_D - p_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29b)$$

前項と同様に

$$\begin{vmatrix} \alpha_v + \eta_1 + \eta_2 - (\alpha_v + \eta_1)\eta_2 B^2 \zeta_1 & -(\alpha_1 + \eta_1) & 0 \\ -\eta_3 & \eta_2 + \eta_3 - \eta_2 \eta_3 B^2 \zeta_2 & -\eta_2 \\ 0 & -(\eta_4 + \alpha_d) & \eta_3 + \eta_4 + \alpha_d - \eta_3(\eta_4 + \alpha_d) B^2 \zeta_3 \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots(30)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\eta_4 + \alpha_d}{\alpha_v + \eta_1} M_j &= \frac{\eta_4 + \alpha_d}{\alpha_v + \eta_1} \\ &\times \frac{\alpha_v + \eta_1 + \eta_2 - (\alpha_v + \eta_1)\eta_2 B^2 \zeta_1}{\eta_3 + \eta_4 + \alpha_d - (\eta_4 + \alpha_d)\eta_3 B^2 \zeta_3}, \\ M_j &= \cos B_j - \alpha_v B_j \sin B_j \quad \dots\dots\dots(31) \end{aligned}$$

式(28)(30)(31)より3個の固有値 $B_j = \beta_j (\beta_1 > \beta_2 > \beta_3)$ を用いて等価係数 $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ は次式で与えられる。

$$\eta_1 =$$

$$\frac{1 - r(Y_{12}/z_2 - Y_{21}/z_1) + \alpha_v(Y_{12}/M_1 z_2 - Y_{21}/M_2 z_1) + (x_{12}/x_{23}) \{1 + r(Y_{23}/z_3 - Y_{32}/z_2) + \alpha_v(Y_{23}/M_2 z_3 - Y_{32}/M_3 z_2)\}}{Y_{12}/z_2 - Y_{21}/z_1 - (Y_{12}/M_1 z_2 - Y_{21}/M_2 z_1) - (x_{12}/x_{23}) \{Y_{23}/M_3 - Y_{32}/M_2\} - (Y_{23}/M_2 z_3 - Y_{32}/M_3 z_2)}$$

$$\eta_2 = r - \eta_1$$

$$\eta_3 = \frac{\eta_2 x_{12}}{1 + \eta_2(Y_{12}/z_2 - Y_{21}/z_1) + (\alpha_v + \eta_1)(Y_{23}/M_1 z_2 - Y_{21}/M_2 z_1)} \quad \dots\dots\dots(32)$$

$$\eta_4 = 1 - r - \eta_3$$

$$\zeta_1 = \frac{(\alpha_v + r) \{1 - (M_1/M_2)(\beta_1/\beta_2)^2\} + (1 - r + \alpha_d)M_1(1 - \beta_1/\beta_2)^2}{(\alpha_v + \eta_1)\eta_2 B_1^2(1 - M_1/M_2)}$$

$$\zeta_2 = \left[\frac{\eta_2(\eta_4 + \alpha_d) - (\alpha_v + \eta_1)\eta_3/M_1}{z_2 \{1 - (B_1/B_2)^2\}} - (\eta_1 + \eta_3) \right] / \eta_2 \eta_3 B_1^2$$

$$\zeta_3 = \frac{(\alpha_v + r) \{1 - (B_1/B_2)^2\}/M_1 + (1 - r + \alpha_d) \{1 - (M_2/M_1)(\beta_1/\beta_2)^2\}}{\eta_3(\eta_4 + \alpha_d)B_1^2(1 - M_2/M_1)}$$

ここで $r = \eta_1 + \eta_2$,

$$X_{12} = -1 + (1 - r + \alpha_d)(Y_{12}/z_2 - Y_{21}/z_1),$$

$$X_{23} = -1 + (1 - r + \alpha_d)(Y_{23}/z_3 - Y_{32}/z_2),$$

$$Y_{12} = (1 - M_1/M_2) \{1 - (B_1/B_2)^2\}^2,$$

$$Y_{21} = (M_2/M_1 - 1) / \{(B_2/B_1)^2 - 1\}^2,$$

$$Y_{23} = \{1 - M_2/M_3\} \{1 - (B_2/B_3)^2\}^2,$$

$$Y_{32} = (M_3/M_2 - 1) / \{(B_3/B_2)^2 - 1\}^2,$$

$$z_1 = 1 + \alpha_d + \alpha_v/M_1 + r(1/M_1 - 1),$$

$$z_2 = 1 + \alpha_d + \alpha_v/M_1 + r(1/M_2 - 1),$$

$$z_3 = 1 + \alpha_d + \alpha_v/M_1 + r(1/M_3 - 1)$$

3 アナログ計算機によるシミュレーション

3・1 解法 管路系を集中定数系にて等価するこ
段とは式(7)をアナログ計算機にて解くための一つの手
であった。一般的な方法としては式(7)を階差方程式に
なおして行なう方法がある。そこでつぎに三つの方法
を比較してみる。

(1) **等価系による方法** 管路系を集中定数系にて等
価した系を表わす方程式(9)により $p_1 = p_v, p_{n+1} = p_D$
とし、管路系への流入量を $q_v = F_1 u_v$ 、系からの流出
量を $q_d = F_1 u_d$ とすればアナログ計算におけるブロッ

クダイヤグラムを得る。図5に $n=2$ の場合を示す。
点線にて示した部分はつぎに述べる階差系による解法
の場合に付加される部分であり、また一点鎖線は後述
の減衰項を示すものである。

(2) **階差系による方法** 階差方程式にて表わした系
を階差系と称する。噴射管内の流体の挙動は式(2)、両
端の貯留室内の流体の挙動は式(5)、(6)で表わされ、管
端での条件は次式で与えられる。

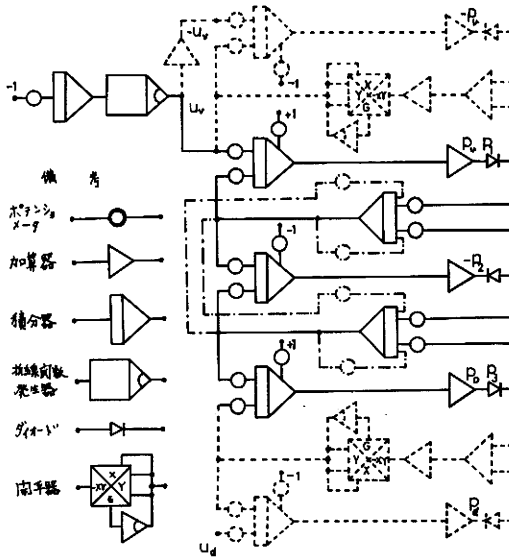


図5 管路のアナログ計算におけるブロックダイアグラム (等価イナータンスの数 $n=2$ の場合)

$$q_{vi} = \mu F u_0 = \mu F \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_v - p_1)} \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$q_{ld} = \mu F u_{n+1} = \mu F \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{n+1} - p_d)} \quad \dots\dots\dots (34)$$

(3) 等分系による方法 等分系とは管路の分断を $(n+1)$ 等分し、等価系と同様に n 個のイナータンスを有する集中定数系をいう。アナログ計算用ブロックダイアグラムは等価系の場合と同じである。

3・2 シミュレーションの結果 いま管路系への流入量を図6に示すものと系からの流出がない($q_d=0$)と考えてシミュレーションを行なう。対象としてい

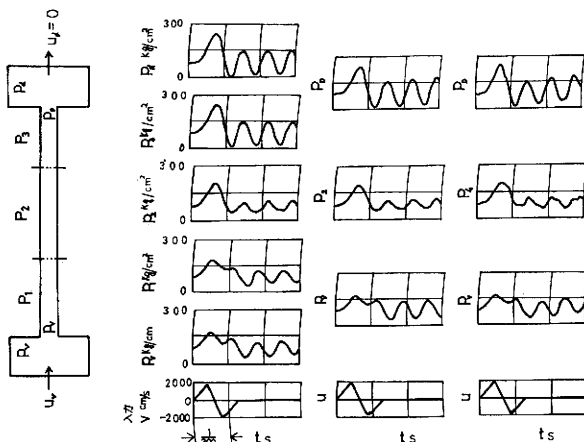
る管路系は前報⁽¹⁾におけるものであり、表2に等価イナータンスの数 $n=2$ の場合および()内に $n=3$ の場合の等価系における等価係数を示す。

表2 管路の諸元と等価係数

吐出弁後室容積	$V_v \text{ cm}^3$	1.88
噴射管容積	$V_l \text{ cm}^3$	3.98
噴射弁貯留室容積	$V_d \text{ cm}^3$	0.0270
容積換算係数	$\alpha_1 = V_v/V_l$	0.4625
〃	$\alpha_2 = V_d/V_l$	0.0770
固有値	β_1	2.12
〃	β_2	4.98
〃	β_3	(7.645)
等価係数 エラスタンス	η_1	0.299 (0.238)
〃	η_2	0.318 (0.238)
〃	η_3	0.383 (0.224)
〃	η_4	(0.300)
イナータンス	ζ_1	0.380 (0.306)
〃	ζ_2	0.330 (0.220)
〃	ζ_3	(0.253)

図6に $n=2$ の場合の3つの方法による結果を示す噴射系の研究において重要である吐出弁後室の圧力 p_v あるいは p_v ならびに噴射弁貯留室の圧力 p_d あるいは p_d の経過はいずれもよく近似している。しかし細部と時間が経過したところでは3者の間には多少の差がみられる。吐出弁後室内の圧力の現象波形は流出量がないため反射波の影響により入力波形とはかなり異なっており、また階差系による解では p_v と p_1 の経過はほとんど差がない。このことは等価系において管

の両端の部分を各貯留室に含めても大きな誤りのないことを示している。噴射弁貯留室内の圧力の現象波形は解法によってその間に差が現われておる。階差系、等価系による解では圧力がある時間の間零となっている。これは流体の場合には圧力が非常に小さいところで流体の蒸気や流体中に溶解している気体が発生して、いわゆる空所が生じて負の値になることがない。そのためアナログ計算では図5に示したようにダイオードにて $p \geq 0$ なる計算を行なっている。このキャビテーションについては Huber⁽⁷⁾らは空所の発生にしたがい管路を短い切片に分けるため、その瞬間にいろいろなところに波の伝ばに対して反射条件が生じたり、あるいは消滅したりしていると考え、シミュレートしてい

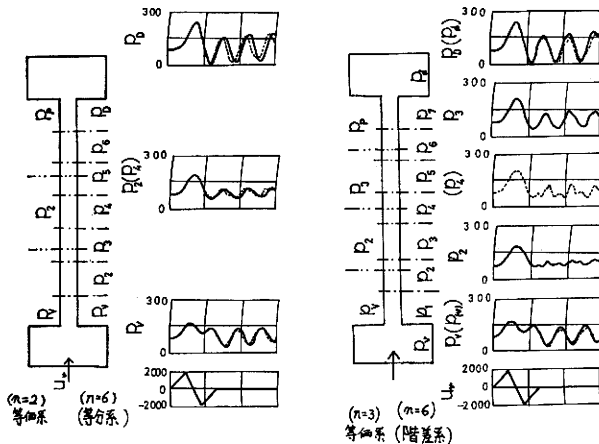


a)階差系による解 b)等価系による解 c)等分系による解
図6 管路における燃料油の挙動のアナログ計算による解析波形

る。しかしその位置や数などの決定に困難である。本報に述べられている方法でも正しく考慮しているとは思われないので今後の検討が必要である。

3・3 解の精度 等価系による解波形の精度について検討するために管のいろいろの分断数に対して計算を行なった。その結果管両端貯留室内の圧力経過は等価系の $n=2$ の場合と等分系の $n=6$ の場合、ならびに等価系の $n=3$ の場合と等分系の $n=6$ の場合のそれぞれの結果がよく近似している。

図7に解の波形の一部を示す。等分系は等価系に対



a) 等価系($n=2$)と等分系($n=6$)の比較 b) 等価系($n=3$)と階差系($n=6$)の比較

図7 等価系, 階差系, 等分系による解の比較して等価系数を求めることのわずらわしさが無い利点を有するが, 解精度をよくするには管の分断数を大きくする必要がある, あまり実用的でない。一方階差系による解法は同じ管の分断数では演算増巾器の数を6個必要とし, さらに非線形要素(開半器)を必要とするなど不利な点があり, 解精度も等価系に比して劣る。

さて, 本報に述べた方法では管の分断数を増すことは一般に解精度を向上すると考える。なぜなら n を大きくすることは高い周波数の固有振動をも含めて等価することと対応し, さらに比較的高い周波数波形を減衰しないということを意味する。吐出弁後室の流体系は近似的に一次遅れ系であり, その折点周波数は $\omega_c = 2\pi a / (L(\alpha_0 + \eta_1))$ である。管長が大となり η_1 が非常に大きくなると $\eta_1 = 0$ の場合に比して ω_c より高い周波数の現象波形は著しく減衰することになる。これは解精度を低下させる要因となり, 等価系による方法に限界があることを示す。これらについての詳しい議論および実験は別報にゆずることにする。しかしディ

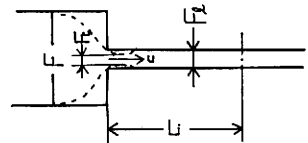
ゼル燃料噴射系の噴射過程を論ずるには $n=2$ (管路を3分断) の場合の等価系による方法で十分よい近似解を得るといえる。

4 管路における流動減衰

管内流動における減衰は一般には小さいが電子計算機による解の精度を向上させるためには無視し得ない要素である。管路系における減衰の主なものには粘性摩擦による圧力低下および管断面変化による圧力損失である。前者について非定常流れを解析的に扱った例⁽⁹⁾もあるが実用的でない。アナログ計算においては簡単な水力学の意味づけが有益である。

管断面の全

面に一様な流速 u cm/s の流れを考えると図8に示した部分の圧力



損失は次のようになる。

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{d} \frac{\rho}{2} u^2 + \lambda' \frac{\rho}{2} u^2 \quad \dots\dots\dots (35)$$

ここでレイルズ数 $Re = u d / \nu$ とすると

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= 64 / Re \quad (Re \leq 2.3 \times 10^3) \\ &= 0.316 \cdot Re^{-1/4} \quad (2.3 \times 10^3 \leq Re \leq 1.0 \times 10^5) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

また μ_c を縮流による損失係数とし, 図8に示す記号を用いて,

$$\lambda' = \mu_c + (F_L / F_c - 1)^2 \quad \text{断面縮小の場合} \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$= (1 - F_c / F)^2 \quad \text{断面拡大の場合} \quad \dots\dots\dots (37)$$

となる。

流れが層流の範囲では式(35)の第1項は線形化され, たんに流速 u に比例するとして扱えるが, 乱流の範囲および第2項は非線形である。また燃料噴射系の場合には非定常状態であり, 簡単には扱えない。したがって幾何学的噴射期間中の管内平均流速⁽¹⁾ $(F_K / F_I) C_{uav} \cdot N$ を代表量としてつぎのように近似し, 流動減衰係数 r, r' を定義する。

$$\left. \begin{aligned} \text{式(35)の第1項} &= 32 \rho L u d^{-2} u_i = \rho L \eta_i r_i u_i \\ &\quad (Re \leq 2.3 \times 10^3) \\ &= 0.158 \rho L r_i^{1/4} d^{-5/4} \\ &\quad \{ (F_K / F_I) C_{uav} \cdot N \}^{3/4} \cdot u_i \\ &= \rho L \eta_i r_i u_i \quad (2.3 \times 10^3 \leq Re \leq 1.5 \times 10^5) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (38)$$

$$\begin{aligned} \text{式(35)の第2項} &= \lambda' (\rho / 2) (F_K / F_c) C_{uav} \cdot N \cdot u_i \\ &= \rho L \eta_i r_i' u_i \quad \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

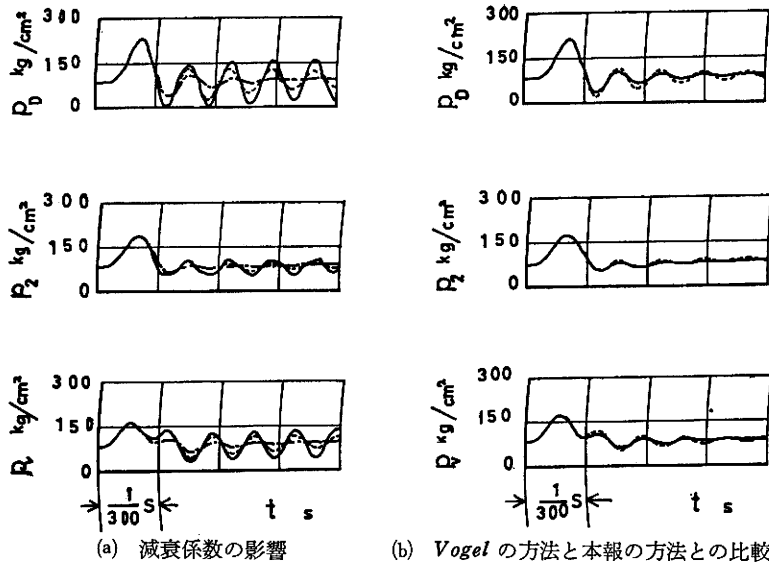


図9 減衰係数による波形への影響

ここで添字 K はプランジャ, l は噴射管を示す。また Cu_{av} はプランジャの速度係数 Cu の平均値である。

管路系を表わす基礎式 (19b) は減衰項を含めると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \rho L \zeta_1 \frac{du_1}{dt} &= -(P_2 - P_1) - \rho L \eta_1 r_1 u_1 \\ &\quad + \rho L \eta_2 r_2 (u_2 - u_1) \\ \rho L \zeta_i \frac{du_i}{dt} &= -(p_{i+1} - p_i) - \rho L \eta_i r_i \cdot \\ &\quad (u_i - u_{i-1}) + \rho L \eta_{i+1} r_{i+1} (u_{i+1} - u_i) \\ \rho L \zeta_n \frac{du_n}{dt} &= -(p_{n+1} - p_n) - \rho L \eta_n r_n \cdot \\ &\quad (u_n - u_{n-1}) + \rho L \eta_{n+1} r_{n+1} (-u_n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

流動減衰をアナログ計算するためのブロックダイアグラムは図6の一点鎖線にて示したものである。等価イナータンスの数 $n=2$ の場合の計算結果を図9に示す。対象とした管路系では l/d が大きいので式(35)の第2項は無視し得る程度であるので $r_1=r_2=r_3=r$ として計算を行なった。図9aは r の大きさによる影響を示し、図9bは Vogel⁽⁶⁾ の与えた方式による結果を示す。Vogelの方法は2質点系の場合のみを対象としているので一般性がなく、図からもあきらかにように同じ値の r とした場合減衰の効果は小さい。Vogelの方法における $r=400$ の波形は本報告の方法の $r=200 \sim 250$ に相当するようである。

5 結 言

本報告に述べたことを要約するとつぎのようにな

る。

(1) 連続体である管路系を集中定数系にて等価する一般的方法を示し、アナログ計算において少ない演算器にて比較的精度のよい近似解が求められることを示した。ディーゼル燃料噴射系に用いられるような管路では、等価イナータンスの数が $n=2$ あるいは $n=3$ で十分な近似解を得ることが明らかとなった。

(2) 管内流動における減衰項をアナログ計算にてシミュレートする簡単な方法を示し、近似的な評価を可能にした。

本報に述べた方法の応用例として高速ディーゼル燃料噴射装置の噴射過程のアナログ計算については続報にて詳述する。

文 献

- 1) 高原・飯塚・師田・鈴木 福井大工報, 14-2(1966-9), 111
- 2) Pischinger, Gemischbildung und Verbrennung in Diesel motor (1939) Wien Springer Verlag.
- 3) Sitkei (坪内: 加藤訳), ディーゼル機関における燃料噴射と燃焼, (昭41-3), 朝倉書店
- 4) K. night, Proc Inst. mech. Engr (A. D), ('60~'61), 25.
- 5) Melcher, MTZ, 24-8 ('63-8), 277
- 6) Vogel, MTZ, 24-1 ('63-1); 7
- 7) Huber and Schaffitz, MTZ, 27-2 ('66-2) 35
- 8) " MTZ, 27-4 ('66-4) 146
- 9) Olson, Dynamical Analysis, (1958), D. Von Nostrand
- 10) 例えば山下, アナログ計算機 (昭29-7), コロナ社
- 11) 鬼頭, キャピテーションの話 (昭21-5), オーム社

(昭和43年4月18日受理)